ACERVO DE ESTUDOS · PATRIOTA CONCURSOS



Progressoes

Teoria · exercícios · preparação com propósito

PATRIOTA CONCURSOS / BIBLIOTECA GRATUITA

03

Progressões e logaritmos

Matemática para começar com direção.

Patriota, construa sua base com teoria essencial, exemplos resolvidos e 10 exercícios de fixação com respostas comentadas.

PATRIOTA
CONCURSOS

COMO USAR ESTE VOLUME

Leia a teoria. Refaça os exemplos sem olhar. Resolva a lista. Corrija seus erros e tente novamente em outro dia.

Edição inicial • 2026 • Material autoral introdutório

Progressão aritmética

Numa PA, a diferença entre termos consecutivos é constante: $r = a_{n+1} - a_n$. O termo geral é $a_n = a_1 + (n - 1)r$. Conte os intervalos entre as posições: do primeiro ao décimo termo há nove passos, e não dez.

Exemplo: na sequência 5, 9, 13, ..., $a_{10} = 5 + 9 \times 4 = 41$. Se $a_4 = 17$ e $a_9 = 37$, então $5r = 20$ e $r = 4$.

Soma da PA

A soma dos n primeiros termos é $S_n = n(a_1 + a_n)/2$. Ela resulta de emparelhar termos equidistantes das extremidades, cuja soma é constante. Se só há a_1 e r, obtenha o último termo antes de somar.

Exemplo: somar os 15 primeiros termos de 3, 6, 9, ...: $a_{15} = 45$ e $S_{15} = 15(3 + 45)/2 = 360$.

Progressão geométrica e somas

Numa PG, cada termo é obtido ao multiplicar o anterior pela razão q. Use $a_n = a_1q^{(n - 1)}$. Para $q \neq 1$, $S_n = a_1(q^n - 1)/(q - 1)$; para $q = 1$, $S_n = na_1$. A soma infinita é $a_1/(1 - q)$, apenas se $|q| < 1$.

Exemplo: 6 + 3 + 1,5 + ... tem q = 1/2 e soma infinita 6/(1 - 1/2) = 12. Já 2 + 4 + 8 + ... não tem soma infinita finita.

PATRIOTA
CONCURSOS

Potências e definição de logaritmo

Para a > 0, a ≠ 1 e b > 0, $\log_a(b) = c$ significa $a^c = b$. O resultado pode ser negativo. Bases e argumentos precisam respeitar o domínio real. Em equações exponenciais de bases iguais válidas, compare os expoentes.

Exemplo: $\log_2(1/8) = -3$, pois $2^{(-3)} = 1/8$. Se $5^{(x + 1)} = 125 = 5^3$, então $x + 1 = 3$ e $x = 2$.

Propriedades e equações logarítmicas

Para argumentos positivos, $\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$, $\log_a(x/y) = \log_a(x) - \log_a(y)$, e $\log_a(x^k) = k \log_a(x)$. Mudança de base: $\log_a(x) = \log_\beta(x)/\log_\beta(a)$. Não distribua logaritmo sobre soma.

Exemplo: $\log_2(x - 2) + \log_2(x) = 3$ exige $x > 2$. Logo $x(x - 2) = 8$, com raízes 4 e -2; apenas $x = 4$ pertence ao domínio.

Roteiro de treino do Patriota

1. Separe papel e lápis. Registre cada etapa, não apenas o resultado. 2. Faça as dez questões das próximas páginas sem o gabarito. 3. Marque o erro de conceito, cálculo ou interpretação. 4. Refaça os erros após 24 horas e depois em uma semana. 5. Aumente a dificuldade gradualmente com provas oficiais.

Este volume é um ciclo inicial de apoio. Não substitui o edital e não cobre integralmente a matemática da EsPCEx. As questões são autorais e não foram retiradas de livros comerciais ou provas oficiais.

PATRIOTA
CONCURSOS

Progressões e logaritmos

EsPCEx | Lista 03 | 10 questões autorais | EXERCÍCIOS

Resolva sem consultar o gabarito. Registre seu raciocínio, as unidades e as restrições de cada problema.

01. Uma PA tem primeiro termo 7 e razão 3. Determine o 12º termo.

02. Determine a soma dos 20 primeiros termos da PA 2, 5, 8, ...

03. Em uma PA, $a_3 = 11$ e $a_8 = 31$. Determine a razão e o primeiro termo.

04. Uma PG tem primeiro termo 3 e razão 2. Determine o 6º termo.

05. Determine a soma dos cinco primeiros termos da PG 2, 6, 18, ...

PATRIOTA CONCURSOS

Progressões e logaritmos

EsPCEx | Lista 03 | 10 questões autorais | EXERCÍCIOS

06. Determine a soma infinita da PG 12, 6, 3, ...

07. Calcule $\log_2(32) + \log_3(1/9)$.

08. Resolva em R: $\log_2(x - 1) = 3$.

09. Resolva em R: $\log_{10}(x) + \log_{10}(x - 9) = 1$.

10. Resolva 3^(2x - 1) = 27.

PATRIOTA
CONCURSOS

Progressões e logaritmos

EsPCEx | Lista 03 | 10 questões autorais | GABARITO COMENTADO

01. 40. Use $a_n = a_1 + (n - 1)r$: $a_{12} = 7 + 11 \times 3 = 40$.

02. 610. O 20º termo é 59; $S_{20} = 20(2 + 59)/2 = 610$.

03. $r = 4$ e $a_1 = 3$. A diferença de cinco posições vale 20; $a_1 = 11 - 2 \times 4$.

04. 96. $a_6 = 3 \times 2^5 = 96$.

05. 242. $S_5 = 2(3^5 - 1)/(3 - 1) = 242$.

06. 24. Como $|q| = 1/2 < 1$, $S = 12/(1 - 1/2) = 24$.

07. 3. O primeiro logaritmo vale 5 e o segundo vale -2.

08. $x = 9$. O domínio exige $x > 1$. Pela definição, $x - 1 = 2^3 = 8$.

09. $x = 10$. O domínio exige $x > 9$. Então $x(x - 9) = 10$; as raízes são 10 e -1, e apenas 10 é válida.

10. $x = 2$. Como $27 = 3^3$, temos $2x - 1 = 3$.

PATRIOTA
CONCURSOS